

»Wie viel ist Sechzig durch Vier?«

Von der Schwierigkeit, im Mathematikunterricht einander zu verstehen



Als es in der Nachkriegszeit in Deutschland wieder Dinge gab, von denen Kinder vorher nur träumen konnten, versprach die Oma dem Enkel, ihm eine Tafel Schokolade mitzubringen. Wie groß war die Enttäuschung, als Oma mit der Tafel Schokolade ankam! Er hatte beim Wort „Tafel“ an die Wandtafel in der Schule gedacht und war nun enttäuscht, wie klein die Tafel Schokolade war.

Was hat diese wahre Geschichte mit dem Mathematikunterricht in der Grundschule zu tun?

Egal, wo der persönliche Stil sich auf der Skala der Unterrichtsstile einordnen lässt – eher auf der Seite des Belehrens oder der Seite gelenkten Entdeckens –, dass Lehrer und Schüler im Unterricht einander verstehen, ist Grundvoraussetzung jeglichen Unterrichts. Um einander zu verstehen, müssen zwei die gleiche Sprache sprechen, d. h. beide müssen mit den Worten, die gesagt werden, den gleichen Sinn verbinden. Und da kann es nicht nur beim Wort „Tafel“, sondern auch im Mathematikunterricht Fallstricke geben, wo wir sie nicht vermuten.

Im Folgenden wird ein Dialog zwischen einer Lehrerin und einem Kind wiedergegeben und kommentiert, in dem es Missverständnisse gibt, Missverständnisse, die – ohne dass sie bemerkt werden – häufiger vorkom-

men, als man denkt. Scheuen Sie nicht die Mühe, den Dialog eingehender zu studieren und zu verstehen, was passiert. Das Studium solcher und ähnlicher Szenen kann dazu verhelfen, Kinder in vergleichbaren Situationen besser zu verstehen, als es hier gelungen ist.

Der Dialog

Lina (Anfang 3. Schuljahr) bekam im Rahmen einer Interviewreihe (Einzelheiten dazu vgl. Spiegel/Fromm, 1996) die Aufgabe $60:4$ auf einem Zettel notiert vorgelegt. Der nachfolgend wiedergegebene Transkriptausschnitt setzt etwa 5 Minuten danach ein. Aus dem, was vorher passiert, lässt sich im Nachhinein ganz gut erschließen, dass Lina eine Zahl sucht, deren Vierfaches 60 ergibt. (Das tun übrigens die wenigsten Kinder!) Dabei beginnt sie mit 20 und geht vermutlich in Einerschritten

rückwärts. Jetzt ist sie bei 16 angelangt. (Zur Unterscheidung der Sprecher sind die Redebeiträge der Interviewerin kursiv gedruckt.)

Hartmut Spiegel

1. „Ähm, 16 mal – äh, 16 mal 4 ist – 4 Zehner sind erstmal wieder 40, dann 46 und plus 4 – 50 – 52 plus 6 sind 58 – passt auch nicht.“
2. „Wieso hast denn du gerade plus 6 gesagt?“
3. „Was, wo?“
4. „Du hast gerade plus 6 gesagt. 52 plus 6 sind 58.“
5. „Ja.“
6. „Wieso 6?“
7. „Weil ich da noch einmal – ich hatte ja 16 mal 4 gerechnet. Da musste ich noch eine 6 dazurechnen. Weil ich erst die ganzen vier Zehner gemacht habe und dann die Sechser.“
8. „Aber wenn du 16 mal 4 rechnest, sind es ja nicht 4 Sechser, sondern 6 Vierer, ne, die du dazurechnen musst. Aber du weißt ja, dass 10 mal 4 40 ist, hast du eben gesagt, ne?“
9. „Ja.“
10. „Und wievielmals 4 sind 20? (L. überlegt, lacht) Hilft dir das vielleicht?“
11. „Wievielmals 4 Zehner oder –?“
12. „10 mal 4 sind 40.“
13. „Ja.“
14. „Und wie viel fehlen dann noch bis 60?“
15. „20.“
16. „Und wievielmals 4 sind 20?“
17. „Was? Wievielmals 4 sind 20? (L. leise) 8 – 12 – 16 – 20 (laut) Ah, jetzt hab ich nicht mitgezählt, ich, ähm, mal eben zählen. Also 4, 8, 12, 16, 20 (L. zählt mit den Fingern die einzelnen Vierer mit.) – 5.“
18. „Hm, und wenn du jetzt weißt, dass 10 mal 4 40 sind und 5 mal 4 20 ist?“
19. (nach 24 Sekunden, L. unsicher) „5? Nee- oder doch ...“
20. (nach 25 Sekunden) „Die 4 passt 10 mal in die 40 und 5 mal in die 20 – 10 mal in die 40 und 5 mal in die 20. Und 40 und 20 ist ja 60. Wie oft passt sie dann in die 60?“
21. „Die 4 ...“
22. „Wenn sie 10 mal in die 40 passt und dann noch 5 mal dazu ...“
23. „15.“
24. „15, ne.“
25. „Hm.“

Kommentar

Warum dieser Dialog bei uns den inoffiziellen Titel „Kommunikationsstörung“ trägt, ist beim Lesen sicherlich klar geworden. Erst versteht die Interviewerin Lina nicht und dann Lina die Interviewerin nicht. Der Weg zum gegenseitigen Verständnis ist blockiert durch das unterschiedliche Denkmodell, von dem sie jeweils ausgehen.

Im Folgenden werde ich unsere Interpretation dieser Szene vorstellen:
 1. „Ähm, 16 mal – äh, 16 mal 4 ist – 4 Zehner sind erstmal wieder 40, dann 46 und plus 4 – 50 – 52 plus 6 sind 58 – passt auch nicht.“

Lina sucht eine Zahl, deren Vierfaches 60 ist und probiert es gerade mit 16. Sie sagt zwar „16 mal 4“, was gemäß der bei Einführung der Multiplikation verwendeten Sprechweise das 16-fache von 4 bedeutet, berechnet aber das 4-fache von 16 und zwar als: $4 \cdot 10 + 6 + 6 + 6 + 6$. Nach der dritten 6 kommt sie bei 58 an, wo sie merkt, dass sie mit Addition einer weiteren 6 nicht bei 60 ankommen wird. „...passt auch nicht“. Wenn die Interviewerin sie gelassen hätte, hätte sie wahrscheinlich mit 15 weitergemacht und wäre dann selbst zum richtigen Ergebnis gekommen.

2. „Wieso hast denn du gerade plus 6 gesagt?“
3. „Was, wo?“
4. „Du hast gerade plus 6 gesagt. – 52 plus 6 sind 58.“
5. „Ja.“
6. „Wieso 6?“

Der Grund, warum die Interviewerin: „Wieso 6?“ fragt, ist der folgende: Weil Lina „16 mal 4“ gesagt hat, vermutet sie fälschlicherweise, Lina würde mit wiederholter Addition der 4 arbeiten – vielleicht irregeleitet durch Linas „46 und plus 4 – 50 – 52“, was aber nur die Addition von $46 + 6$ nach dem Teilschrittverfahren ist. Was Lina aber gemacht hat, erklärt sie nun noch einmal:
 7. „Weil ich da noch einmal – ich hatte ja 16 mal 4 gerechnet. Da musste ich noch eine 6 dazurechnen. Weil ich erst die ganzen vier Zehner gemacht habe und dann die Sechser.“

Die Interviewerin kommt aber von ihrer Interpretation des „16 mal 4“ als Vierzig plus sechs Vierer nicht los, wie sich aus ihrer nächsten Äußerung ablesen lässt:

8. „Aber wenn du 16 mal 4 rechnest, sind es ja nicht 4 Sechser, sondern 6 Vierer, ne, die du dazurechnen musst.“

Sie ist offenkundig der Auffassung, dass Lina überlegt, wie oft die Vier in die 60 passt und versucht nun, ihr vor dem Hintergrund dieser Interpretation der Aufgabe eine Hilfestellung zu geben:

– „Aber du weißt ja, dass 10 mal 4 40 ist, hast du eben gesagt, ne?“

9. „Ja.“

10. „Und wievielmals 4 sind 20? (L. überlegt, lacht) Hilft dir das vielleicht?“

Jedem Kind, das genauso denkt wie die Interviewerin, müsste diese Frage helfen.

Denn wenn 10 mal 4 40 sind, sind 5 mal 4 20 und da $40 + 20 = 60$ sind, müsste dann auch 60 gleich 15 mal 4 sein. Da Lina aber nicht so denkt wie die Interviewerin, versteht sie die Frage erst gar nicht, wie sich an ihrer Rückfrage zeigt:

11. „Wievielmals 4 Zehner oder –?“
 Die Interviewerin versucht es erneut:
12. „10 mal 4 sind 40.“
13. „Ja.“
14. „Und wie viel fehlen dann noch bis 60?“
15. „20.“
16. „Und wievielmals 4 sind 20?“

Jetzt begreift Lina, was die Interviewerin von ihr will und rechnet das Verlangte:

17. „Was? Wievielmals 4 sind 20? (L. leise) 8 - 12 - 16 - 20 (laut) Ah, jetzt hab ich nicht mitgezählt, ähm, mal eben zählen. Also 4, 8, 12, 16, 20 (L. zählt mit den Fingern die einzelnen Vierer mit.) – 5.“

Da dieser Schritt ihr aber für ihr Denkmodell nicht hilft, versucht die Interviewerin, ihr auf die Sprünge zu helfen:

18. „Hm, und wenn du jetzt weißt, dass 10 mal 4 40 sind und 5 mal 4 20 ist?“

Lina kann nichts verstehen.

19. (nach 24 Sekunden, Lina unsicher) „5? Nee – oder doch ...“

Und so sieht die Interviewerin keinen anderen Ausweg, als Lina die Lösung vollends in den Mund zu legen:

20. (nach 25 Sekunden) „Die 4 passt 10 mal in die 40 und 5 mal in die 20 - 10 mal in die 40 und 5 mal in die 20, Und 40 und 20 ist ja 60. Wie oft passt sie dann in die 60?“
21. „Die 4 ...“
22. „Wenn sie 10 mal in die 40 passt und dann noch 5 mal dazu ...“
23. „15.“
24. „15, ne.“
25. „Hm.“

Schlussbemerkung

Wie schon gesagt, so etwas passiert im Unterricht häufiger, als gemeinhin angenommen wird. Wer die Hintergründe nicht sofort sieht – so wie in diesem Fall die Interviewerin – wird sich verzweifelt fragen, warum

dem Kind die gut gemeinten Fragen nicht helfen. Es scheint, als ob Lina „ein Brett vor dem Kopf“ hat. Hat sie aber nicht. Es ist vielmehr so, dass sie anders denkt, als die Interviewerin es erwartet, die Interviewerin daher das, was Lina sagt, anders versteht, als sie es meint, und beide folglich aneinander vorbeireden.

Im Rahmen des Forschungsprojektes, aus dem dieses Beispiel stammt, sind weitere Dialoge dokumentiert worden, bei denen die beteiligten Dialogpartner (Interviewerin und Schüler/-in) große Mühe haben, sich einander verständlich zu machen.

Ein besonders lehrreicher Dialog – ebenfalls zur Aufgabe $60:4$ – beginnt wie folgt:

1. „Weißt du, wie viel 60 durch 4 ist?“
2. „60 durch 4...“ (A. überlegt, murmelt unverständlich vor sich hin. Dann schreibt sie eine 12 auf das Papier.)
3. (nach 1 Minute) „13.“
4. „13? Wie bist du denn darauf gekommen?“
5. „Ich hab' erst 8 durch 4 gerechnet, das waren 12, und dann hab' ich die Reste davon, das war bei jedem 2, und dann hab' – und das waren dann wieder 12, und dann hab' ich...“

Annikas kreative Lösungsstrategie ist – trotz des fehlerhaften Ergebnisses – im Kern mathematisch korrekt und fast vollständig in ihrer Äußerung Nr. 5 schon enthalten.

Sind Sie jetzt neugierig geworden? In dem Buch „Wie Kinder rechnen“ (Selter/Spiegel, 1997) auf S. 61 finden Sie den Dialog vollständig abgedruckt und auf den Seiten 88/89 eine ausführliche Analyse. □

Literatur

- Fromm, A./ Spiegel, H. (1996): Eigene Wege beim Dividieren – Annika: Eine Fallstudie. In: Dörfler, W. u. a.: 20 Jahre Mathematikdidaktik. Trends und Perspektiven. Wien-Stuttgart: Hölder-Pichler-Tempsky-Teubner 1996, S.107-114
- Spiegel, H./ Fromm, A. (1996): Eigene Wege beim Dividieren – Bericht über eine Untersuchung zu Beginn des 3. Schuljahres. In: Dörfler, W. u. a.: 20 Jahre Mathematikdidaktik. Trends und Perspektiven. Wien-Stuttgart: Hölder-Pichler-Tempsky-Teubner 1996, S. 353-360
- Spiegel, H./ Selter, Chr. (1997): Wie Kinder rechnen. Stuttgart. Klett